

890021

# N次谐波凸轮的设计方法

姜树李 王德海 王仲章

(江苏工学院)

## 摘 要

本文详细讨论了 $N$ 次谐波凸轮的设计方法,并提出一种适合于我国目前广泛采用的平面挺柱高速车用发动机的配气机构,即等曲率半径 $N$ 次谐波凸轮的设计方法。

## The Design Method of a Cam with Nth-degree Harmonics

Jiang Shuli Wang Dehai Wang Zhongzhang  
(Jiangsu Institute of Technology)

## Abstract

In this paper, the design method of a cam with Nth-degree harmonics is discussed and a new cam profile with constant curvature radius of Nth-degree harmonics is proposed. This cam is suitable for high speed automotive engines, the plane tappets of which are widely used in our country.

## 1 前 言

目前我国的车用发动机不断向高速发展,汽油机转速已达 $6000\text{r}/\text{min}$ ,柴油机也高达 $4500\text{r}/\text{min}$ 。因此发动机的运转平稳性已成为非常重要的性能指标,而发动机的运转平稳性在很大程度上又取决于配气机构的平稳性。当转速提高时,配气机构的振动和噪音加剧,气门在运动中发生“飞脱”和“反跳”现象,这样不仅增大了冲击载荷,加速磨损,造成气门下沉,而且还破坏了换气过程。使配气机构产生振动的激励之一是一个决定挺柱位移变化规律的周期性函数,因此人们一直在寻求一种适合于高速发动机的函数凸轮,尽可能地减小激励源。

## 2 N次谐波凸轮

七十年代初期,国外已有人提出 $N$ 次谐波凸轮的设计方法,它比高次方动力凸轮更能满足发动机高转速的要求。文献[1]中提供的大量试验数据证明了它对转速的敏感性很小,能在整个发动机工作转速范围内平稳运行,并在一些高速车用发动机上取得了理想的效果。在

原稿收到日期为1988年3月23日,修改稿收到日期为1988年9月30日。

国内, 亦有不少单位对  $N$  次谐波凸轮进行了研究。在文献[2]中还提出另一种设计方法, 但这种方法存在一些问题, 正如文献中指出的, 如果参数选择不合理, 很难得到一个合理的设计方案; 基圆波动较大, 一般大于 0.02 毫米; 工作段开始或结束时的加速度过大, 使气门落座性能变差; 负加速度波动幅值较大, 使凸轮轮廓面的曲率半径难以控制, 并会出现负值。针对上述问题我们在文献[1]的基础上进行了改进, 增加一个分目标函数来控制气门开启或落座的加速度值, 从而改善了气门的落座性能。

从数学的角度出发, 只要满足狄氏条件, 任何曲线都可展开成富氏级数的形式, 即

$$f(\theta) = \sum_{i=0}^n [A_i \cos(i\theta) + B_i \sin(i\theta)] \quad (1)$$

对于对称凸轮型线可用余弦级数来描述气门和挺柱的运动规律, 即:  
气门

$$\left. \begin{aligned} y(\theta) &= \sum_{i=0}^n A_i \cos(i\theta) \\ \frac{dy}{d\theta} &= - \sum_{i=1}^n i A_i \sin(i\theta) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

挺柱

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{d\theta^2} &= - \sum_{i=1}^n i^2 A_i \cos(i\theta) \\ h(\theta) &= \frac{x_0}{k} + \frac{1}{k} \sum_{i=0}^n G_i A_i \cos(i\theta) \\ \frac{dh}{d\theta} &= - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n i G_i A_i \sin(i\theta) \\ \frac{d^2h}{d\theta^2} &= - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n i^2 G_i A_i \cos(i\theta) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中  $x_0$  是气门间隙 (mm),  $k$  是摇臂比,  $G_i$  是考虑到动力修正以后的修正系数。

$$G_i = \left( 1 + \frac{c_c}{c} - \frac{M\omega^2}{c} i^2 \right) \quad (4)$$

式中  $c$  为配气机构刚度 (N/mm),  $c_c$  为气门弹簧刚度 (N/mm),  $M$  为配气机构当量质量 (kg),  $\omega$  为凸轮轴旋转角速度 (rad/s)。公式(4)的详细推导过程可参看文献[1]。若不进行修正, 可令  $G_i = 1$ 。修正与否对  $N$  次谐波凸轮的低阶谐量无影响, 只是对高阶谐量有影响。因为较高的谐量是引起振动的主要成分, 这在气门运动规律的实测中也得到了证明。设计中只要系数  $A_i$  选择适当, 取十几项就可使富氏级数收敛。根据共振条件, 当配气机构的固有频率  $\omega_c$  近似地等于发动机工作转速范围内的某一谐量的激振频率  $\omega_h$  时, 则产生共振。而

$\omega_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c+c_c}{M}}$ ,  $\omega_h = \frac{i\omega}{2\pi}$ , 由  $\omega_c = \omega_h$  可得到共振时所对应的谐次  $i$ , 并根据发动

机的工作转速变动范围定出  $i$  的“禁区”。

$$\begin{cases} i_l = \frac{1}{\omega_l} \sqrt{\frac{c+c_e}{M}} \\ i_h = \frac{1}{\omega_h} \sqrt{\frac{c+c_e}{M}} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\omega_l$  为怠速工况下凸轮轴旋转角速度,  $\omega_h$  为超速工况下凸轮轴旋转角速度。一般刚度较好的发动机  $i$  的禁区大于 20, 因此它完全可以保证富氏级数的收敛。

为求解最佳待定系数  $A_i$ , 应用了最优化技术。首先根据凸轮型线的特殊要求确定九个分目标函数, 并用统一目标法将九个分目标函数用加权系数  $W_i$  将它们线性组合成一个总的目标函数。因这是一个二次型无约束优化问题, 可用最小二乘法求解。总目标函数如下:

$$\begin{aligned} E = & W_1 \int_0^{\delta_1} (y_{max} - y)^2 d\theta + W_2 \int_{\theta_r}^{\theta_r + \delta_2} (y - 0)^2 d\theta + W_3 \int_{\theta_e}^{\theta_e + \delta_3} [h(\theta) - 0]^2 d\theta \\ & + W_4 \int_{\theta_e}^{\pi} [h(\theta) - 0]^2 d\theta + W_5 \int_{\theta_r}^{\theta_r + \delta_5} \left(-kV_0 - \frac{dy}{d\theta}\right)^2 d\theta + W_6 \int_{\theta_u}^{\theta_v} \left(-V_e - \frac{dh}{d\theta}\right)^2 d\theta \\ & + W_7 \int_{\theta_e}^{\theta_e + \delta_7} \left(\frac{dh}{d\theta} - 0\right)^2 d\theta + W_8 \int_0^{\theta_B} \left[-k_2 A q^2 \cos(q\theta) - \frac{d^2 y}{d\theta^2}\right]^2 d\theta \\ & + W_9 \int_{\theta_r}^{\theta_r + \delta_9} \left(\frac{d^2 y}{d\theta^2} - 0\right)^2 d\theta = f(A_0, A_1, A_2, \dots, A_n) \end{aligned} \quad (6)$$

上述各分目标函数的功能见表 1, 公式中的各参数见图 1, 为了求出目标函数的极小

表 1 凸轮型线偏差的最小平方近似值

条 件	校正误差	角 度	权 系 数	作 用
最大气门升程	$y = y_{max}$	$\theta = 0$	$W_1$	调整最大气门升程
缓冲段高度	$y = 0$	$\theta = \theta_r$	$W_2$	调整缓冲段高度
基圆始点升程	$h(\theta) = 0$	$\theta = \theta_e$	$W_3$	调整基圆始点升程
基圆升程	$h(\theta) = 0$	$\theta_e < \theta < \pi$	$W_4$	调整基圆升程波动
气门关闭速度	$\frac{dy}{d\theta} = kV_0$	$\theta = \theta_r$	$W_5$	调整气门关闭速度
缓冲段高度	$\frac{dh}{d\theta} = V_e$	$\theta_u < \theta < \theta_v$	$W_6$	保证缓冲段末速度为常数
基圆始点速度	$\frac{dh}{d\theta} = 0$	$\theta = \theta_e$	$W_7$	调整基圆始点速度
部分负荷加速度	$\frac{d^2 y}{dh^2} = k_2 A q^2 \cos(q\theta)$	$0 < \theta < \theta_B$	$W_8$	调整负加速度
气门初始加速度	$\frac{d^2 y}{d\theta^2} = 0$	$\theta = \theta_r$	$W_9$	调整气门初始加速度

值, 可对  $E$  求偏导, 并令  $\frac{\partial E}{\partial A_i} = 0$ , ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ )。这样可以得到  $n + 1$  个线

性方程, 从而解出  $n + 1$  个系数  $A_i$ 。

公式中的  $\theta$  是角度控制范围, 一般可取  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_5 = \theta_7 = \theta_9 = \pi/1800(\text{rad})$ 。  $V_0$  是工作段刚刚开始时的几何速度值 ( $\text{mm}/\text{rad}$ )。  $V_c$  是在缓冲段中所保持的一段等速过程的几何速度值, 一般  $V_c = 0.85 \sim 0.95V_0$ 。第八个分目标函数根据负加速度曲线必须满足气门弹簧特性而提出的, 详细推导过程见文献[1]。式中  $A = (y_{\max} + y_0)$ ,  $q = \sqrt{(c_c/M)/\omega}$ ,  $y_{\max}$  为气门最大升程 ( $\text{mm}$ ),  $y_0$  为气门弹簧安装时的初始变形量 ( $\text{mm}$ )。  $k_2$  是考虑到气门弹簧制造误差和蠕变而设置的安全系数,  $k_2$  应小于 1。  $\theta_r$  是工作段半包角,  $\theta_c$  是缓冲段包角与工作半包角之和,  $\theta_u$  和  $\theta_v$  是缓冲段中的等速段开始和结束角度, 一般可取  $(\theta_v - \theta_u) = (0.4 \sim 0.6) \cdot (\theta_c - \theta_r)$ ,  $\theta_B$  是满足气门弹簧特性段的起点。计权系数  $W_1 = 10 \sim 20$ ,  $W_4 = 15 \sim 25$ ,  $W_9 = 0.5 \sim 1.5$ , 其它均为 1。由此可见  $N$  次谐波凸轮的设计参数很多, 而这些参数选择的优劣决定了设计的成败。一般可用最优化技术获得设计参数的最佳组合, 这部分内容在第四节中讨论。

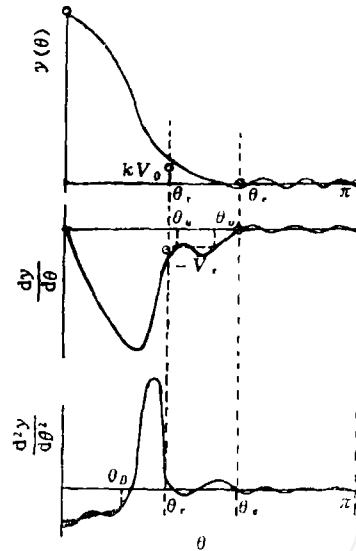


图 1  $N$  次谐波凸轮

### 3 等曲率半径 $N$ 次谐波凸轮型线

目前由于制造成本和制造工艺等原因, 所以绝大多数高速车用柴油机仍采用平面挺柱凸轮, 因此就不能采用上述设计方法, 除非凸轮轴的基圆半径足够大, 否则凸轮轮廓面的曲率半径可能出现负值。为此提出一种新的设计方法, 即等曲率半径  $N$  次谐波凸轮, 其特点是在大部分负加速度段内保持曲率半径近似为一常数, 并且它的挺柱升程丰满系数比前一种大。

等曲率半径  $N$  次谐波凸轮的设计方法类似于前面所介绍的方法。不同之处是第八个分目标函数改为满足等曲率半径的条件。当基圆半径为  $r_0$  时, 凸轮轮廓面的曲率半径为:

$$\rho = r_0 + h(\theta) + \frac{d^2h}{d\theta^2} \quad (7)$$

如令  $R_1$  为最小曲率半径的校正值, (一般  $R_1 > 2\text{mm}$ ) 则第八个分目标函数为:

$$E_8 = W_8 \int_0^{\theta_B} (\rho - R_1)^2 d\theta = \int_0^{\theta_B} \left[ \left( r_0 + \frac{x_0}{k} - R_1 \right) + \frac{1}{k} \sum_{i=0}^n (1 - i^2) G_i A_i \cos(i\theta) \right]^2 d\theta \quad (8)$$

应当注意的是要适当选择  $R_1$  和  $\theta_B$  值。当  $R_1$  增大时, 负加速度值减小, 而负加速度宽度增大, 正加速度曲线变陡, 气门升程丰满系数增大, 但是  $R_1$  不能太大, 否则基圆波动增大, 工作半包角和最大气门升程增大。另外当  $R_1$  一定时, 减小  $\theta_B$  也可以改变最大气门升程和其

它参数。

#### 4 N次谐波凸轮型线的动力学优化设计

用优化设计的方法求出最佳参数的组合是最好的方法。下面以等曲率半径N次谐波凸轮为例来研究。影响凸轮性能的参数很多,其中主要有下列九个设计参数:

$$\begin{aligned} X &= [\theta_c, \theta_o, \theta_o, \theta_B, R_1, W_1, W_4, W_9, N]^T \\ &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9]^T \quad X \in R^9 \end{aligned}$$

N次谐波凸轮型线主要用于高速车用发动机,因此气门的动态性能是我们追求的主要目标,可用最有代表性的两点来评价加速度动态性能的好坏。第一点是气门开启(落座)时的挺柱加速度,其它函数凸轮此点的加速度严格控制为零,但N次谐波凸轮无法做到,这样使气门的落座冲击力猛增,而导致气门磨损和下沉。第二点是负加速度段第一个动态负加速度峰值,气门的“飞脱”首先在此发生,因此这点加速度的绝对值减小可以改善其动力性能,这样可以写出极小化目标函数。

$$\min F(X) = W_A \left| \frac{d^2 h}{d\theta^2} \right|_{h(\theta) = h(\theta_r)} + W_B \left| \frac{d^2 y}{d\theta^2} \right|_{m, n} \quad (9)$$

式中  $W_A$  和  $W_B$  是计权系数,一般可取  $W_A = W_B = 1$ 。  $\left| \frac{d^2 y}{d\theta^2} \right|_{m, n}$  可通过求解单质量振动微分方程得到。对N次谐波凸轮用简谐分析法求解微分方程既快,又可以得到精确解析解。

约束条件包括性能约束和边界约束。性能约束有:

1) 动力润滑约束条件。由弹性动力润滑理论可知挺柱与凸轮表面的润滑情况很差,往往因为润滑油膜太薄而加剧磨损,降低了这对摩擦副的寿命。而用简化的道森公式可以得到两个评价润滑情况好坏的特性参数,即流体动力润滑判别特性数  $r$  和润滑特性数  $s$  的变化率  $r = \frac{\rho}{r_0 + h(\theta)}, \frac{ds}{d\theta} \Big|_{\theta=0}$ 。式中  $\rho$  为曲率半径 (mm),  $r_0$  为基圆半径 (mm)。

则  $s = -[r_0 + h(\theta) + 2 \frac{d^2 h}{d\theta^2}]$ ,  $\frac{ds}{d\theta} = - \left[ \frac{dh}{d\theta} + 2 \frac{d^3 h}{d\theta^3} \right]$ 。一般建议:

$$0.25 \geq r \Big|_{\theta=0} \geq 0.15 \quad (10)$$

$$\frac{ds}{d\theta} \Big|_{\theta=0} \geq 140 \sim 170 (\text{mm/rad}) \quad (11)$$

2) 凸轮轮廓面的最小曲率半径  $\rho_{m, n} > 2\text{mm}$ , 否则接触应力过大,  $\rho_{m, n}$  可用黄金分割法求出。

3) N次谐波凸轮的一个主要缺点是基圆波动。从理论上讲,这种波动是无法消除的,但只要这种波动小于凸轮制造所允许的制造误差即可。实际上基圆波动是一个衰减的振动波,一般把基圆开始后的第一个波的峰值(峰谷)控制在规定的范围内,即其绝对值小于0.015 mm。而第一个波的区间为  $[\theta_c, \theta_c + \Delta\theta]$ , 则  $\Delta\theta \approx 6\pi n \sqrt{M/C}$ 。一般可用黄金分割法求解基圆波动峰值  $r_{max}$ 。

4) 气门升程丰满系数可用式(12)计算,其约束条件可写成  $\xi - \xi_{规} \geq 0$ ,  $\xi_{规}$  一般为0.53~0.56, 而

$$\xi = \frac{1}{\theta_r y_{max}} \left( A_0 \theta_r + \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{i} \sin(i\theta_r) \right) \quad (12)$$

除此之外,为使  $N$  次谐波凸轮能满足预先提出的要求,对其它几个计算出的特征值加以限制,如气门最大升程  $y_{max}$ , 工作半包角  $\theta_r$  和缓冲段末速度  $V_0$ , 这样可写出其优化模型。

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9]^T \quad X \in R^9$$

$$\min F(X) = W_A \left| \frac{d^2 h}{d\theta^2} \right|_{h(\theta) - h(\theta_r)} + W_B \left| \frac{d^2 y}{d\theta^2} \right|_{min}$$

$$st. \begin{cases} g_1(X) = \theta_v - \theta_u - \pi/30 \geq 0 \\ g_2(X) = \theta_c - \theta_o - \pi/60 \geq 0 \\ g_3(X) = r|_{\theta=0} - 0.15 \geq 0 \\ g_4(X) = 0.25 - r|_{\theta=0} \geq 0 \\ g_5(X) = \frac{ds}{d\theta} \Big|_{\theta=0} - ss \geq 0 \\ g_6(X) = r_0 + h(0) + \frac{d^2 h}{d\theta^2} \Big|_{\theta=0} - R_1 \geq 0 \\ g_7(X) = 0.05 - |y_{规} - y_{max}| \geq 0 \\ g_8(X) = 0.1 - |V_0_{规} - V_0| \geq 0 \\ g_9(X) = \pi/360 - |\theta_{r,规} - \theta_r| \geq 0 \\ g_{10}(X) = \xi - \xi_{规} \geq 0 \\ g_{11}(X) = |h(\theta)_{基} - 0.015| \geq 0 \\ g_{12}(X) \sim g_{29}(X) \text{ 是 9 个设计变量的上下边界约束。} \end{cases}$$

式中  $ss$ 、 $R_1$ 、 $y_{规}$ 、 $V_0_{规}$ 、 $\theta_{r,规}$  和  $\xi_{规}$  分别为润滑特性数变化率、最小曲率半径、最大气门升程、缓冲段末的几何速度、工作段半包角和气门升程丰满系数的极限值。

上述模型共有九个设计变量,并有一个整型变量,可用浮动正交网格优化方法求解。

## 5 设计举例

在 YZ4102Q<sub>1</sub> 型柴油机上采用等曲率半径  $N$  次谐波凸轮。柴油机的标定转速为 3300r/min, 怠速 800r/min, 超速 3630r/min, 配气机构刚度 3531600N/m, 当量质量 0.3807 kg, 由此算出  $i_1 = 72.71$ ,  $i_4 = 16.02$ 。  $N$  次谐波凸轮的项数取 16。经过动力学优化设计后的各特征参数见表 2。从表中可以看出,  $N$  次谐波凸轮的动态性能较好。为了进一步分析研究又进行了气门运动规律的测量和频谱分析。测试框图见图 2。

凸轮型线的好坏是由气门的振动特性来判断的,即由频域中的气门能量分布规律和时域中的气门运动规律来决定的。为了便于对比,在其它条件不变的前提下,分别更换三种凸轮,并在 2500、3300 和 3500r/min 时测出气门弹簧座圈上的 100 个循环的振动频谱平均值,见图 3、4 和 5。同时还测出机构的固有频率,见图 6。不论什么型线,何种工况,在 610Hz 左右气门与缸头加速度之比的传递放大倍数出现峰值,即为机构的固有频率。为了便于分析,将频率轴分成三个区段,第一段大约在 500Hz 以下,复盖了凸轮轴工作基频的 16~20

表2 各种凸轮型线的特征参数 (3300r/min)

型线	项目		最小曲率半径 (mm)	挺柱升程 丰满系数 $\xi$	流体动力 润滑特性数 $r$	润滑特性数 S的变化率 (mm/rad)	气门最大正速度 (m/s <sup>2</sup> )	气门最大负速度 (m/s <sup>2</sup> )
	挺柱最大正加速度 (m/s <sup>2</sup> )	挺柱最大负加速度 (m/s <sup>2</sup> )						
N次谐波凸轮	1305	-621	6.48	0.5338	0.25	-238	2755	-1178
高次方凸轮	1579	-656	7.49	0.5560	0.2312	-176	3985	-2107
动力修正凸轮	1497	-561	8.56	0.5616	0.2436	-183	3294	-1573

次谐波。这一段与理论设计的挺柱静态加速度曲线形状和凸轮轴旋转角速度的平方相关。第二段为500~1000Hz, 在此段会发生共振。从理论上讲N次谐波凸轮在此段不应发生共振(16次以上谱量振幅为零, 但由于制造误差, 仍存在一定的振幅)。第三段为1000Hz以上, 此段的振动能量主要取决于凸轮型线。

图7、8、9分别是三种凸轮3300r/min时的气门加速度波型, 为了消除随机信号的干扰, 进行了17~30次数据平均处理。

图10是三种凸轮型线的外特性曲线, 可以看出, 在75%标定转速以下, N次谐波凸轮的燃油消耗率下降3~6g/(kW·h), 扭矩增大5~20N·m, 功率增大2~5kW, 这更能说明N次谐波凸轮适用于变工况的车用发动机。虽然在75%标定转速以上的工况, 各项指标不够理想, 但此不是车用发动机常用工况。引起高

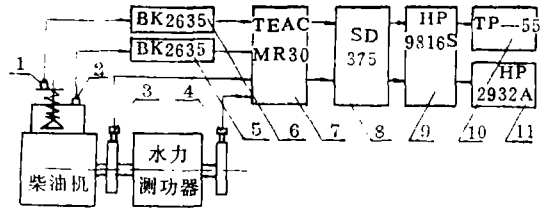


图2 测试及分析系统框图

- 1,2. 加速度传感器; 3,4. 磁电传感器;
- 5,6. 电荷放大器; 7. 磁带记录仪;
- 8. 动态分析仪; 9. 计算机;
- 10. 考贝机; 11. 打印机。

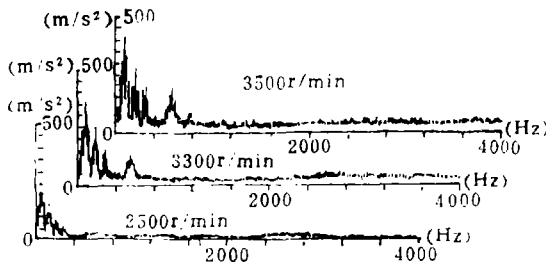


图3 N次谐波凸轮气门振动加速度自功率谱

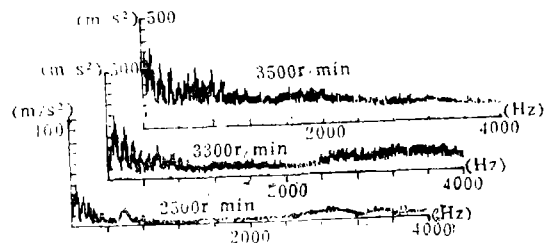


图4 高次方凸轮气门振动加速度自功率谱

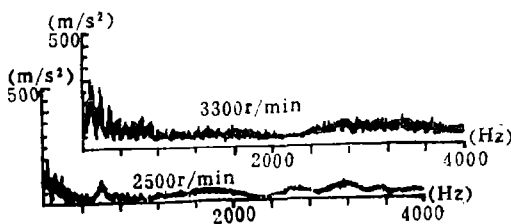


图5 高次方动力修正凸轮气门振动加速度自功率谱

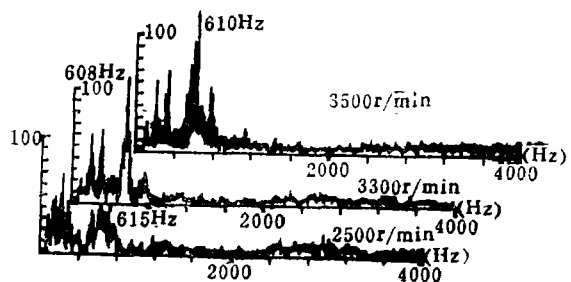


图6 气门/缸头加速度传递函数放大倍数 (m/S<sup>2</sup>/mS<sup>2</sup>)

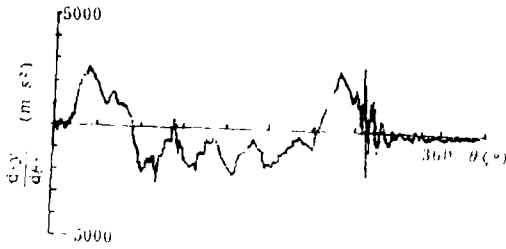


图 7 N次谐波凸轮动态加速度曲线 (3300r/min; 30次平均)

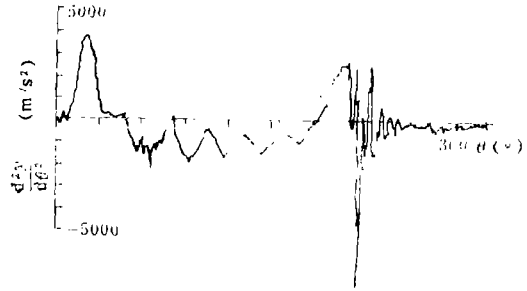


图 8 高次方凸轮动态加速度曲线 (3300r/min; 30次平均)

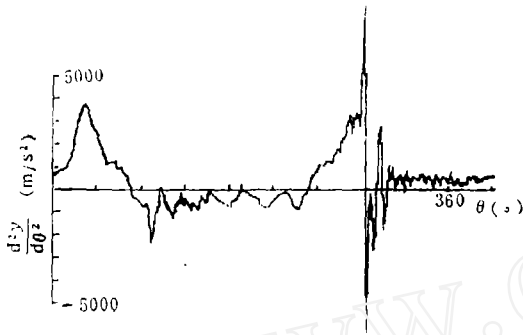


图 9 高次方动力修正凸轮动态加速度曲线 (3300r/min; 30次平均)

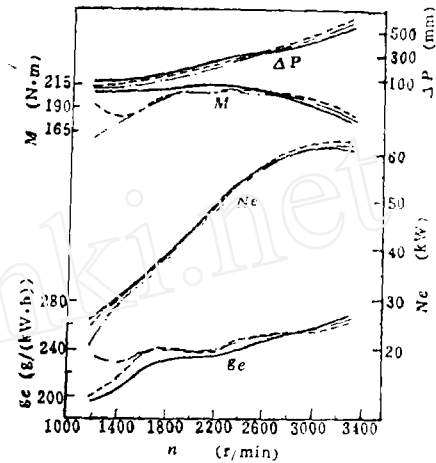


图10 YZ4102Q型柴油机外特性对比试验  
——N次谐波凸轮; ----高次方凸轮;  
-·-高次方动力修正凸轮。

转速燃油耗增大、功率下降的原因是N次谐波凸轮的时面值较小,使高速充气效率下降的缘故。解决的办法可以采用配气机构的优化设计;改变摇臂比的变化趋势;提高气门的实际时面值,增大充气效率。

## 6 结 论

不论是理论计算还是大量的试验都证明N次谐波凸轮是高速车用发动机最理想的凸轮,它不仅使气门的动态性能有明显地好转,减小由配气机构振动所消耗的能量;改善了气门,气门座圈的工作条件;而且能在车用发动机常用的工况下较大幅度地提高功率和扭矩,降低燃油消耗率。

## 参 考 文 献

- [1] 陈法成译,配气机构噪声的研究和降低噪声的凸轮设计方法,国外内燃,(1976) 6。
- [2] 柴油机设计手册编辑委员会,柴油机设计手册(下),中国农业机械出版社,1984年。