

Prov på del 1 av Matematik C

Aritmetik, algebra, funktioner och derivata

För full poäng krävs fullständiga redovisningar om inget annat anges.
Lösningarna skall då vara så utförliga att man kan följa dem, och ha tydliga, understrukna svar.

Provet ger maximalt 41 poäng.

För G krävs c:a 18 poäng.

För VG krävs c:a 27 poäng.

För MVG krävs c:a 36 poäng.

1.

a) Derivera $f(x) = 5x^5 - x + 2$ (1p)

b) Beräkna $f'(2)$ (1p)

2.

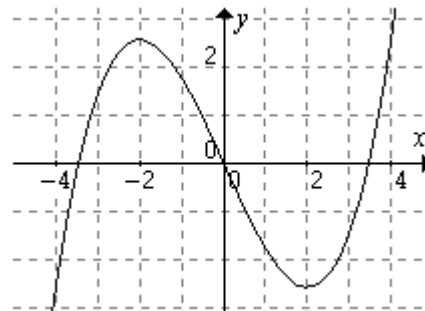
a) Derivera $g(x) = \frac{x^3}{6}$ (1p)

b) Lös ekvationen $x^2 = 5x$ (1p)

c) Lös ekvationen $\lg x = -3$ (1p)

3.

Figuren visar grafen till en funktion $0 = f(x)$. Använd grafen och lös följande uppgifter.



a) Lös ekvationen $f(x) = 0$. *Endast svar krävs.* (1p)

b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$. *Endast svar krävs.* (1p)

c) Lös olikheten $f'(x) < 0$. *Endast svar krävs.* (1p)

d) Bestäm $f'(0)$. (2p)

4.

a) Förenkla uttrycket: $\frac{5}{x+2} - \frac{3-x}{x+2}$ (1p)

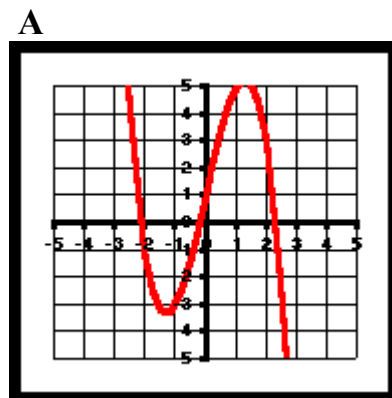
b) Förkorta: $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ (2p)

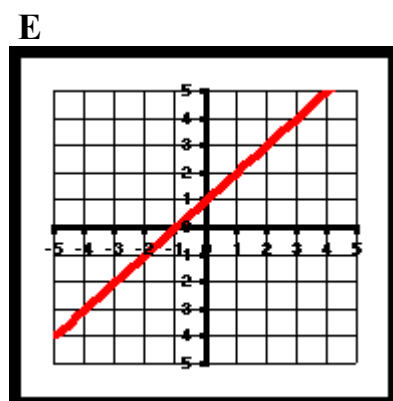
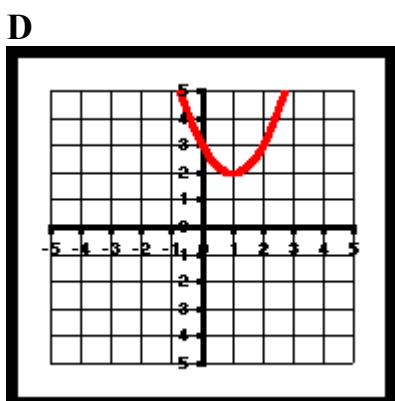
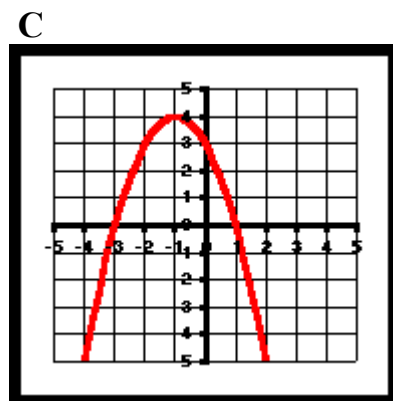
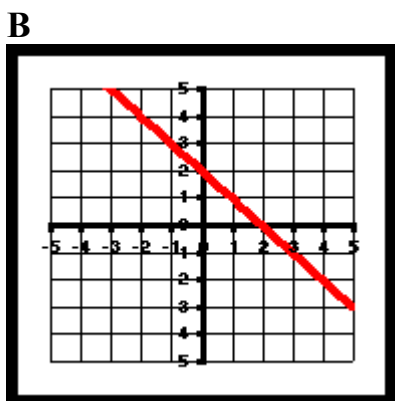
5.

Om tre funktioner vet man följande. (3p)

- $f(x) = x^2 - 2x + 3$.
- $g(x) = 2 - x$
- $h'(-1) = 0$

Graferna till var och en av funktionerna **f**, **g** och **h** finns bland följande grafer. Ange för varje funktion vilken dess graf är. *Endast svar krävs.*





6. Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = 3x - x^2$, i den punkt där $x = 1$ (2p)

7. Lös ekvationen $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$.
Ledning: Ersätt ett uttryck med t. (3p)

8. Bestäm eventuella extrempunkter för kurvan

$$y = x + \frac{1}{x}$$
 (3p)
 Skissa grafen (ganska noga).
 Du måste visa att en punkt är ett maximum, minimum eller terrasspunkt.

9.

El-leverantören BoEl tar för hushålls-el ut en fast avgift per kvartal.

För förbrukad el betalar kunden ett visst pris per kWh.

Ett kvartal hade Persson förbrukat 620 kWh och fick betala 696 kr.

Lundin hade förbrukat 1220 kWh och fick betala 1176 kr.

Brandt fick betala 920 kr.

Toivonen hade förbrukat 395 kWh.

- a) Hur stor var den fasta kvartalsavgiften och priset för en kWh? (2p)
- b) Hur mycket fick Toivonen betala? (1p)
- c) Hur mycket hade Brandt förbrukat? (1p)

10.

Lös ekvationen exakt.

$$16^{x+1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 0 \quad (2p)$$

11.

Ett företags totala årskostnad vid försäljning av en viss vara är $K(x) = 0,05x^2 - 15x + 4125$ kr vid försäljning av x enheter av varan, $100 \leq x \leq 300$. (3p)

- a) Vad är den genomsnittliga kostnadsökningen per enhet om försäljningen ökar från 100 till 150 enheter?
- b) Beräkna med derivatan gränskostnaden, dvs kostnadsökningen per enhet, vid en försäljning av 125 enheter.
- c) Vid vilken försäljningsvolym är gränskostnaden = 0 kr/enhet?

12.

Derivera

$$f(x) = \frac{6x^5 - 3x^4}{2x - 1} \quad (2p)$$

13.

Lös ekvationen $\frac{x-1}{x-3} = \frac{3x-7}{x^2-5x+6}$ (3p)

14.

Bestäm konstanterna a, b och c, så att grafen till funktionen $f(x) = ax^2 + bx + c$ är symmetrisk kring linjen $x = 2$ och skär y-axeln i punkten $(0; 1)$. Dessutom ska det gälla att (3p)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = 3$$